Proposition 1. $\mathsf{length}(L +\!\!+ L') = \mathsf{length}(L) + \mathsf{length}(L')$ for all lists L, L'.

Proof by induction on L. Let L be a list.

Case $L = []$. $\square$

Case $L = a :: L''$ for some object a and some list L''. Take an object a and a list L'' such that $L = a :: L''$. Then $L'' \prec L$. Hence $\mathsf{length}(L'' +\!\!+ L') = \mathsf{length}(L'') + \mathsf{length}(L')$ for every list L'. Thus

$$\begin{aligned}
\mathsf{length}(L +\!\!+ L') &= \mathsf{length}((a :: L'') +\!\!+ L') \\
&= \mathsf{length}(a :: (L'' +\!\!+ L')) \\
&= \mathsf{length}(L'' +\!\!+ L') + 1 \\
&= (\mathsf{length}(L'') + \mathsf{length}(L')) + 1 \\
&= (\mathsf{length}(L'') + 1) + \mathsf{length}(L') \\
&= \mathsf{length}(a :: L'') + \mathsf{length}(L') \\
&= \mathsf{length}(L) + \mathsf{length}(L')
\end{aligned}$$

for every list L'. $\square$

$\blacksquare$