index, i, j, n, m		*indices*		
label, l, k		*field label*		
termvar, x				
basetype, A				
terminals	::=			
	|	$\longrightarrow$		
	|	$\rightarrow$		
	|	$\Rightarrow$		
	|	λ		
	|	$\mapsto$		
	|	$\vdash$		
	|	$\varnothing$		
	|	$\times$		
	|	$<:$		
	|	$\langle$		
	|	$\rangle$		
labels	::=			
	|	$\mathsf{l}_1 \,..\, \mathsf{l}_n$		
Γ	::=			*contexts:*
	|	$\varnothing$		*empty context*
	|	$\Gamma, \mathsf{x} : \mathsf{T}$		*term variable binding*
formula	::=			
	|	judgement		
	|	$\mathsf{formula}_1 \quad .. \quad \mathsf{formula}_n$		
	|	j INDEXES $\mathsf{t}_1 \,..\, \mathsf{t}_n$		
	|	j INDEXES $\mathsf{T}_1 \,..\, \mathsf{T}_n$		
	|	DISTINCT $\mathsf{l}_1 \,..\, \mathsf{l}_n$		
	|	$\mathsf{x} : \mathsf{T} \in \Gamma$		
T, S, U	::=			*types:*
	|	Bool		*type of booleans*
	|	Nat		*type of natural numbers*
	|	$\mathsf{T} \rightarrow \mathsf{T}'$		*type of functions*
	|	(T)	M	
	|	A		*base type*
	|	Unit		*unit type*
	|	$\mathsf{T}_1 \times \mathsf{T}_2$		*product type*
	|	$\mathsf{T}_1 + \mathsf{T}_2$		*sum type*
	|	$\{\, \mathsf{T}_i{}^{i\in 1..n} \,\}$		*tuple type*
	|	$\langle \mathsf{l}_i : \mathsf{T}_i{}^{i\in 1..n} \rangle$		*type of variants*
t	::=			*terms:*
	|	(t)	M	
	|	true		*constant true*
	|	false		*constant false*
	|	if t_1 then t_2 else t_3		*conditional*
	|	0		*constant zero*
	|	succ t		*successor*

	$\vert$	pred t		*predecessor*
	$\vert$	iszero t		*zero test*
	$\vert$	x		*variable*
	$\vert$	λ x : T . t	bind x in t	*abstraction*
	$\vert$	$t_1\, t_2$		*application*
	$\vert$	$[\, x \mapsto t' \,]\, t$	M	
	$\vert$	unit		*constant* unit
	$\vert$	t_1 ; t_2		*sequencing*
	$\vert$	t as T		*ascription*
	$\vert$	let x = t in t′	bind x in t′	*let binding*
	$\vert$	$\{\, t_1 \,,\, t_2 \,\}$		*pair*
	$\vert$	t . 1		*first projection*
	$\vert$	t . 2		*second projection*
	$\vert$	inl t		*tagging (left)*
	$\vert$	inr t		*tagging (right)*
	$\vert$	case t of inl $x_1 \Rightarrow t_1 \mid$ inr $x_2 \Rightarrow t_2$	bind x_1 in t_1 bind x_2 in t_2	*case*
	$\vert$	fix t		*fixed point of* t
	$\vert$	$\{\, t_i{}^{i \in 1..n} \,\}$		*tuple*
	$\vert$	t . i		*projection*
	$\vert$	$\langle\, l = t \,\rangle$ as T		*tagging*
	$\vert$	case t of $C_i{}^{i \in 1..n}$		*case*
C	::=			
	$\vert$	$\langle\, l = x \,\rangle \Rightarrow t$	bind x in t	
v	::=			*values:*
	$\vert$	true		*true value*
	$\vert$	false		*false value*
	$\vert$	0		*zero value*
	$\vert$	succ v		*successor value*
	$\vert$	λ x : T . t	bind x in t	*abstraction value*
	$\vert$	unit		*unit value*
	$\vert$	$\{\, v_1 \,,\, v_2 \,\}$		*pair value*
	$\vert$	inl v		*tagged value (left)*
	$\vert$	inr v		*tagged value (right)*
	$\vert$	$\{\, v_i{}^{i \in 1..n} \,\}$		*tuple value*
	$\vert$	$\langle\, l = v \,\rangle$ as T		*tagged value*
Jop	::=			
	$\vert$	$t \longrightarrow t'$		*Evaluation*
Jtype	::=			
	$\vert$	$\Gamma \vdash t : T$		*Typing*
judgement	::=			
	$\vert$	Jop		

$$
\begin{array}{lcl}
 & | & \mathsf{Jtype} \\
\\
\mathsf{user\_syntax} & ::= & \\
 & | & \mathit{index} \\
 & | & \mathsf{label} \\
 & | & \mathsf{termvar} \\
 & | & \mathsf{basetype} \\
 & | & \mathsf{terminals} \\
 & | & \mathsf{labels} \\
 & | & \Gamma \\
 & | & \mathsf{formula} \\
 & | & \mathsf{T} \\
 & | & \mathsf{t} \\
 & | & \mathsf{C} \\
 & | & \mathsf{v}
\end{array}
$$

$\boxed{\mathsf{t} \longrightarrow \mathsf{t}'}$ *Evaluation*

$$\frac{}{\mathsf{if\,true\,then\,t_2\,else\,t_3} \longrightarrow \mathsf{t_2}} \quad \text{E\_IfTrue}$$

$$\frac{}{\mathsf{if\,false\,then\,t_2\,else\,t_3} \longrightarrow \mathsf{t_3}} \quad \text{E\_IfFalse}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{if\,t_1\,then\,t_2\,else\,t_3} \longrightarrow \mathsf{if\,t_1'\,then\,t_2\,else\,t_3}} \quad \text{E\_If}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{succ\,t_1} \longrightarrow \mathsf{succ\,t_1'}} \quad \text{E\_Succ}$$

$$\frac{}{\mathsf{pred}\,0 \longrightarrow 0} \quad \text{E\_PredZero}$$

$$\frac{}{\mathsf{pred}\,(\,\mathsf{succ\,v_1}\,) \longrightarrow \mathsf{v_1}} \quad \text{E\_PredSucc}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{pred\,t_1} \longrightarrow \mathsf{pred\,t_1'}} \quad \text{E\_Pred}$$

$$\frac{}{\mathsf{iszero}\,0 \longrightarrow \mathsf{true}} \quad \text{E\_IsZeroZero}$$

$$\frac{}{\mathsf{iszero}\,(\,\mathsf{succ\,v_1}\,) \longrightarrow \mathsf{false}} \quad \text{E\_IsZeroSucc}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{iszero\,t_1} \longrightarrow \mathsf{iszero\,t_1'}} \quad \text{E\_IsZero}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1\,t_2} \longrightarrow \mathsf{t_1'\,t_2}} \quad \text{E\_App1}$$

$$\frac{\mathsf{t_2} \longrightarrow \mathsf{t_2'}}{\mathsf{v_1\,t_2} \longrightarrow \mathsf{v_1\,t_2'}} \quad \text{E\_App2}$$

$$\frac{}{(\,\lambda\mathsf{x} : \mathsf{T}.\mathsf{t_{12}}\,)\,\mathsf{v_2} \longrightarrow [\,\mathsf{x} \mapsto \mathsf{v_2}\,]\,\mathsf{t_{12}}} \quad \text{E\_AppAbs}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1}\,;\,\mathsf{t_2} \longrightarrow \mathsf{t_1'}\,;\,\mathsf{t_2}} \quad \text{E\_Seq}$$

$$\frac{}{\mathsf{unit}\,;\,\mathsf{t_2} \longrightarrow \mathsf{t_2}} \quad \text{E\_SeqNext}$$

$$\frac{}{\mathsf{v_1\ as\ T} \longrightarrow \mathsf{v_1}} \quad \text{E\_ASCRIBE}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1\ as\ T} \longrightarrow \mathsf{t_1'\ as\ T}} \quad \text{E\_ASCRIBE1}$$

$$\frac{}{\mathsf{let\ x} = \mathsf{v_1\ in\ t_2} \longrightarrow [\,\mathsf{x} \mapsto \mathsf{v_1}\,]\,\mathsf{t_2}} \quad \text{E\_LETV}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{let\ x} = \mathsf{t_1\ in\ t_2} \longrightarrow \mathsf{let\ x} = \mathsf{t_1'\ in\ t_2}} \quad \text{E\_LET}$$

$$\frac{}{\{\,\mathsf{v_1}\,,\,\mathsf{v_2}\,\}\,.\,1 \longrightarrow \mathsf{v_1}} \quad \text{E\_PAIRBETA1}$$

$$\frac{}{\{\,\mathsf{v_1}\,,\,\mathsf{v_2}\,\}\,.\,2 \longrightarrow \mathsf{v_2}} \quad \text{E\_PAIRBETA2}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1}\,.\,1 \longrightarrow \mathsf{t_1'}\,.\,1} \quad \text{E\_PROJ1}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1}\,.\,2 \longrightarrow \mathsf{t_1'}\,.\,2} \quad \text{E\_PROJ2}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\{\,\mathsf{t_1}\,,\,\mathsf{t_2}\,\} \longrightarrow \{\,\mathsf{t_1'}\,,\,\mathsf{t_2}\,\}} \quad \text{E\_PAIR1}$$

$$\frac{\mathsf{t_2} \longrightarrow \mathsf{t_2'}}{\{\,\mathsf{v_1}\,,\,\mathsf{t_2}\,\} \longrightarrow \{\,\mathsf{v_1}\,,\,\mathsf{t_2'}\,\}} \quad \text{E\_PAIR2}$$

$$\frac{}{\mathsf{case}\,(\,\mathsf{inl\ v_0}\,)\,\mathsf{of\ inl\ x_1} \Rightarrow \mathsf{t_1} \mid \mathsf{inr\ x_2} \Rightarrow \mathsf{t_2} \longrightarrow [\,\mathsf{x_1} \mapsto \mathsf{v_0}\,]\,\mathsf{t_1}} \quad \text{E\_CASEINL}$$

$$\frac{}{\mathsf{case}\,(\,\mathsf{inr\ v_0}\,)\,\mathsf{of\ inl\ x_1} \Rightarrow \mathsf{t_1} \mid \mathsf{inr\ x_2} \Rightarrow \mathsf{t_2} \longrightarrow [\,\mathsf{x_2} \mapsto \mathsf{v_0}\,]\,\mathsf{t_2}} \quad \text{E\_CASEINR}$$

$$\frac{\mathsf{t_0} \longrightarrow \mathsf{t_0'}}{\mathsf{case\ t_0\ of\ inl\ x_1} \Rightarrow \mathsf{t_1} \mid \mathsf{inr\ x_2} \Rightarrow \mathsf{t_2} \longrightarrow \mathsf{case\ t_0'\ of\ inl\ x_1} \Rightarrow \mathsf{t_1} \mid \mathsf{inr\ x_2} \Rightarrow \mathsf{t_2}} \quad \text{E\_CASESM}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{inl\ t_1} \longrightarrow \mathsf{inl\ t_1'}} \quad \text{E\_INL}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{inr\ t_1} \longrightarrow \mathsf{inr\ t_1'}} \quad \text{E\_INR}$$

$$\frac{}{\mathsf{fix}\,(\,\lambda\,\mathsf{x} : \mathsf{T_1}\,.\,\mathsf{t_2}\,) \longrightarrow [\,\mathsf{x} \mapsto (\,\mathsf{fix}\,(\,\lambda\,\mathsf{x} : \mathsf{T_1}\,.\,\mathsf{t_2}\,)\,)\,]\,\mathsf{t_2}} \quad \text{E\_FIXBETA}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{fix\ t_1} \longrightarrow \mathsf{fix\ t_1'}} \quad \text{E\_FIX}$$

$$\frac{j\ \mathsf{INDEXES}\ \mathsf{v}_i{}^{\,i\in 1..n}}{\{\,\mathsf{v}_i{}^{\,i\in 1..n}\,\}\,.\,j \longrightarrow \mathsf{v}_j} \quad \text{E\_PROJTUPLE}$$

$$\frac{\mathsf{t_1} \longrightarrow \mathsf{t_1'}}{\mathsf{t_1}\,.\,i \longrightarrow \mathsf{t_1'}\,.\,i} \quad \text{E\_PROJTP}$$

$$\frac{\mathsf{t} \longrightarrow \mathsf{t'}}{\{\,\mathsf{v}_i{}^{\,i\in 1..m}\,,\,\mathsf{t}\,,\,\mathsf{t}_j{}^{\,j\in 1..n}\,\} \longrightarrow \{\,\mathsf{v}_i{}^{\,i\in 1..m}\,,\,\mathsf{t'}\,,\,\mathsf{t}_j{}^{\,j\in 1..n}\,\}} \quad \text{E\_TUPLE}$$

$$\frac{j\ \mathsf{INDEXES}\ \mathsf{t}_i{}^{\,i\in 1..n}}{\mathsf{case}\,(\,\langle\,\mathsf{l}_j = \mathsf{v}\,\rangle\,\mathsf{as\ T}\,)\,\mathsf{of}\,\langle\,\mathsf{l}_i = \mathsf{x}_i\,\rangle \Rightarrow \mathsf{t}_i{}^{\,i\in 1..n} \longrightarrow [\,\mathsf{x}_j \mapsto \mathsf{v}\,]\,\mathsf{t}_j} \quad \text{E\_CASEVARIANT}$$

$$\frac{\mathsf{t} \longrightarrow \mathsf{t}'}{\mathsf{case}\,\mathsf{t}\,\mathsf{of}\,\langle\, \mathsf{l}_i \;=\; \mathsf{x}_i \,\rangle \;\Rightarrow\; \mathsf{t}_i{}^{\,i\in 1..n} \longrightarrow \mathsf{case}\,\mathsf{t}'\,\mathsf{of}\,\langle\, \mathsf{l}_i \;=\; \mathsf{x}_i \,\rangle \;\Rightarrow\; \mathsf{t}_i{}^{\,i\in 1..n}} \quad \text{E\_CASE}$$

$$\frac{\mathsf{t}_i \longrightarrow \mathsf{t}_i'}{\langle\, \mathsf{l}_i \;=\; \mathsf{t}_i \,\rangle\,\mathsf{as}\,\mathsf{T} \longrightarrow \langle\, \mathsf{l}_i \;=\; \mathsf{t}_i' \,\rangle\,\mathsf{as}\,\mathsf{T}} \quad \text{E\_VARIANT}$$

$\boxed{\Gamma \vdash \mathsf{t} : \mathsf{T}}$ *Typing*

$$\frac{}{\Gamma \vdash \mathsf{true} : \mathsf{Bool}} \quad \text{T\_TRUE}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \mathsf{false} : \mathsf{Bool}} \quad \text{T\_FALSE}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{Bool} \\ \Gamma \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T} \\ \Gamma \vdash \mathsf{t}_3 : \mathsf{T}\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{if}\,\mathsf{t}_1\,\mathsf{then}\,\mathsf{t}_2\,\mathsf{else}\,\mathsf{t}_3 : \mathsf{T}} \quad \text{T\_IF}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash 0 : \mathsf{Nat}} \quad \text{T\_ZERO}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{Nat}}{\Gamma \vdash \mathsf{succ}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{Nat}} \quad \text{T\_SUCC}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{Nat}}{\Gamma \vdash \mathsf{pred}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{Nat}} \quad \text{T\_PRED}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{Nat}}{\Gamma \vdash \mathsf{iszero}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{Bool}} \quad \text{T\_ISZERO}$$

$$\frac{\mathsf{x} : \mathsf{T} \in \Gamma}{\Gamma \vdash \mathsf{x} : \mathsf{T}} \quad \text{T\_VAR}$$

$$\frac{\Gamma, \mathsf{x} : \mathsf{T}_1 \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2}{\Gamma \vdash \lambda \mathsf{x} : \mathsf{T}_1 . \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_1 \rightarrow \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_ABS}$$

$$\frac{\begin{array}{l}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_{11} \rightarrow \mathsf{T}_{12} \\ \Gamma \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_{11}\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1\,\mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_{12}} \quad \text{T\_APP}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \mathsf{unit} : \mathsf{Unit}} \quad \text{T\_UNIT}$$

$$\frac{\begin{array}{l}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{Unit} \\ \Gamma \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 ; \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_SEQ}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1\,\mathsf{as}\,\mathsf{T} : \mathsf{T}} \quad \text{T\_ASCRIBE}$$

$$\frac{\begin{array}{l}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 \\ \Gamma, \mathsf{x} : \mathsf{T}_1 \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{let}\,\mathsf{x} = \mathsf{t}_1\,\mathsf{in}\,\mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_LET}$$

$$\frac{\begin{array}{l}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 \\ \Gamma \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}_2\end{array}}{\Gamma \vdash \{\mathsf{t}_1 , \mathsf{t}_2\} : \mathsf{T}_1 \times \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_PAIR}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 \times \mathsf{T}_2}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 . 1 : \mathsf{T}_1} \quad \text{T\_PROJ1}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 \times \mathsf{T}_2}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1\,.\,2 : \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_PROJ2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1}{\Gamma \vdash \mathsf{inl}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 + \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_INL}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_2}{\Gamma \vdash \mathsf{inr}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 + \mathsf{T}_2} \quad \text{T\_INR}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathsf{t}_0 : \mathsf{T}_1 + \mathsf{T}_2\\ \Gamma, \mathsf{x}_1 : \mathsf{T}_1 \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}\\ \Gamma, \mathsf{x}_2 : \mathsf{T}_2 \vdash \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{case}\,\mathsf{t}_0\,\mathsf{of}\,\mathsf{inl}\,\mathsf{x}_1 \Rightarrow \mathsf{t}_1 \,|\, \mathsf{inr}\,\mathsf{x}_2 \Rightarrow \mathsf{t}_2 : \mathsf{T}} \quad \text{T\_CASESM}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1 \rightarrow \mathsf{T}_1}{\Gamma \vdash \mathsf{fix}\,\mathsf{t}_1 : \mathsf{T}_1} \quad \text{T\_FIX}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathsf{t}_i : \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}}{\Gamma \vdash \{\,\mathsf{t}_i\ ^{i \in 1..n}\,\} : \{\,\mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\,\}} \quad \text{T\_TUPLE}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathsf{t}_1 : \{\,\mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\,\}\\ j\ \mathsf{INDEXES}\ \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{t}_1\,.\,j : \mathsf{T}_j} \quad \text{T\_PROJTP}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathsf{t} : \mathsf{T}_j\\ j\ \mathsf{INDEXES}\ \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\end{array}}{\Gamma \vdash \langle\, \mathsf{l}_j = \mathsf{t}\,\rangle\,\mathsf{as}\,\langle\, \mathsf{l}_i : \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\,\rangle : \langle\, \mathsf{l}_i : \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\,\rangle} \quad \text{T\_VARIANT}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathsf{t} : \langle\, \mathsf{l}_i : \mathsf{T}_i\ ^{i \in 1..n}\,\rangle\\ \Gamma, \mathsf{x}_i : \mathsf{T}_i \vdash \mathsf{t}_i : \mathsf{T}\ ^{i \in 1..n}\\ \mathsf{DISTINCT}\,\mathsf{l}_i\ ^{i \in 1..n}\end{array}}{\Gamma \vdash \mathsf{case}\,\mathsf{t}\,\mathsf{of}\,\langle\, \mathsf{l}_i = \mathsf{x}_i\,\rangle \Rightarrow \mathsf{t}_i\ ^{i \in 1..n} : \mathsf{T}} \quad \text{T\_CASE}$$

```
Definition rules:        63 good    0 bad
Definition rule clauses: 119 good    0 bad
```