# Truthvalues and Numbers

- The set of truthvalues:

  $\mathsf{False} = \emptyset$, $\mathsf{True} = \{\emptyset\}$, $\mathsf{Bool} = \{\mathsf{True},\mathsf{False}\}$

- Converting between HOL and ST truthvalues:

  $\mathsf{bool2Bool}\ \mathsf{T} = \mathsf{True}$, $\mathsf{bool2Bool}\ \mathsf{F} = \mathsf{False}$

- The set $\mathsf{Num}$ of natural numbers:

  $\{\emptyset,\ \{\emptyset\},\ \{\emptyset,\{\emptyset\}\},\ \{\emptyset,\{\emptyset\},\{\emptyset,\{\emptyset\}\}\},\ \ldots\ \}$

- First define by primitive recursion:

  $\mathsf{num2Num}\ 0 = \emptyset$

  $\mathsf{num2Num}(\mathsf{Suc}\ n) =$
  $\mathsf{num2Num}\ n \cup \{\mathsf{num2Num}\ n\}$

  then define $\mathsf{Num}$ to be:
  $\{x \in \mathsf{InfiniteSet} \mid \exists n.\ x = \mathsf{num2Num}\ n\}$

- Can define $\mathsf{Num2num}$ such that:

  $\forall n.\ \mathsf{Num2num}(\mathsf{num2Num}\ n) = n$

  $\forall x.\ x \in \mathsf{Num} =$
  $(\mathsf{num2Num}(\mathsf{Num2num}\ x) = x)$